	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BENEDIKTA ZUR NIEDEN	
	Gestión Pedagógica y Académica **Proceso de Diseño Curricular**	
	GUÍA DE ACTIVIDAD ACADÉMICA	

FECHA:	1 al 5 de marzo	
NÚMERO GUIA:	5	

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD:	Factorización II		
ELABORADO POR:	Oswaldo Sánchez		
ÁREA:		GRADO:	PERIODO:
Matemáticas		Noveno	I

COMPETENCIA y COMPONENTE DEL ÁREA
Numérico-Variacional: comunicativa
ESTÁNDARES
Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. Identifico y utilizo las expresiones Algebraicas, para representar situaciones matemáticas y no matemáticas en la solución de problemas
APRENDIZAJES
Utiliza expresiones Algebraicas, para representar situaciones matemáticas y no matemáticas.
EVIDENCIAS
Hace manipulaciones algebraicas sencillas (aritmética de términos semejantes). Justifica afirmaciones utilizando planteamientos y operaciones aritméticas o haciendo uso directo de un concepto; es decir, a partir de un único argumento. Reconocimiento de las expresiones algebraicas equivalentes a una expresión dada.
PLATAFORMA VIRTUAL
Página web del docente: oasanez.jimdofree.com
SUGERENCIA METODOLÓGICA (MOMENTOS)
MOTIVACIÓN Y EXPLORACIÓN DE SABERES PREVIOS

HISTORIA DE LA FACTORIZACIÓN

La factorización es un tema del cual han tratado numerosos matemáticos. Haciendo un recorrido por la historia de las matemáticas, específicamente con la solución de ecuaciones polinómicas con coeficientes racionales.

La factorización es una de las herramientas más empleadas en el trabajo matemático para convertir una expresión algebraica de manera conveniente.

Esta tiene una importancia considerable a través de la historia, La solución de ecuaciones algebraicas; en un primer lugar, la factorización surge ante la necesidad de solucionar ecuaciones de segundo grado.

Por otro lado, los babilonios, fueron los primeros que resolvieron, ecuaciones cuadráticas, en unas tablillas descifradas por Neugebaveren 1930, cuya antigüedad es de unos 4.000 años, en estas se encontraron soluciones a varias ecuaciones, empleando el método conocido actualmente como COMPLETAR EL CUADRADO.

Hace unos 4.000 años, los babilonios conocían la manera de encontrar la solución positiva de ciertos tipos de ecuaciones cuadráticas. Para resolver ecuaciones de este tipo:

$$x^2 - bx = c$$

El trabajo de los babilonios constituyó un logro notable, teniendo en cuenta que no contaban con la notación moderna y por su alto nivel de abstracción, al considerar las ecuaciones cuárticas como ecuaciones cuadráticas disfrazadas y resolverlas como tales.

Más adelante, matemáticos griegos, hindúes, árabes y europeos se dedicaron al estudio de estas ecuaciones y lograron avanzar a través del tiempo hasta encontrar la fórmula para resolver cualquier ecuación de segundo grado, es decir, una ecuación de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde, a, b, c pueden ser números cualesquiera en cuyo desarrollo, los babilonios se valieron de factorizaciones simples que ya conocían.

Posteriormente, los griegos y los árabes consiguieron resolver ecuaciones de segundo grado utilizando, también, el método de completar el cuadrado con aplicación de áreas; ambas civilizaciones se valieron de representaciones geométricas para mostrar hechos algebraicos, como se evidencia en

el segundo libro de los Elementos de Euclides. La fórmula que permite encontrar las soluciones de cualquier ecuación de tercer grado, no fue encontrada sino hasta el siglo XVI en Italia.
Una ecuación cúbica es de la forma:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Donde a, b, c y d son números cualesquiera, y a es diferente de cero.
Lo que tienen todas estas ecuaciones en especial, y que las hace ser de tercer grado, es que la incógnita aparece elevada al exponente 3, y ese es el mayor exponente de la incógnita.

La gran proeza matemática de descubrir la fórmula, fue realizada por el matemático italiano Scipione del Ferro en primer lugar.

Más adelante Niccolo Fontana: apodado Tartaglia obtuvo por su cuenta, sin conocer el trabajo de Scipione, la fórmula conocida con el nombre de FÓRMULA DE CARDANO.

Otro matemático llamado Girolamo Cardano, quien estudió cuidadosamente las soluciones de Tartaglia y del Ferro, fue quien publicó la fórmula por primera vez en un gran tratado sobre resolución de ecuaciones titulado "Ars Magna".

Estas ecuaciones nos permiten encontrar las soluciones de las ecuaciones polinómicas de tercer grado y por tanto factorizar en los números complejos y en los reales, que es nuestro propósito. Es evidente que existen fórmulas similares para polinomios de grado cuatro pero no para grado superior a este; es más, Abel demostró que no existen tales fórmulas para estos grados superiores lo que nos lleva a pensar en la imposibilidad de encontrar métodos generales para factorizar tales polinomios.

DESARROLLO

FACTORIZACIÓN II

Factorización de un polinomio de grado superior a dos

Utilizamos el teorema del resto y la regla de Ruffini para encontrar las raíces enteras.

Los pasos a seguir los veremos con el polinomio:

$$P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$$

Tomamos los divisores del término independiente: $\pm 1, \pm 2, \pm 3.$

Aplicando el teorema del resto sabremos para qué valores la división es exacta.

$$P(1) = 2 \cdot 1^4 + 1^3 - 8 \cdot 1^2 - 1 + 6 = 2 + 1 - 8 - 1 + 6 = 0$$

Dividimos por Ruffini.

	2	1	–8	– 1	6
1		2	3	– 5	– 6
	2	3	–5	– 6	0

División sintética

Por ser la división exacta, $D = d \cdot c$

$$(x - 1) \cdot (2x^3 + 3x^2 - 5x - 6)$$

Una raíz es $x = 1$.

Continuamos realizando las mismas operaciones para encontrar el segundo factor.

Volvemos a probar por 1 porque el primer factor podría estar elevado al cuadrado.

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 6 \neq 0$$

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) - 6 = -2 + 3 + 5 - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 3 & -5 & -6 \\ -1 & & -2 & -1 & 6 \\ \hline & 2 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

división sintética

$$(x-1) \cdot (x+1) \cdot (2x^2 + x + 6)$$

Otra raíz es $x = -1$.

El tercer factor lo podemos encontrar aplicando la ecuación de segundo grado o tal como venimos haciéndolo, aunque tiene el inconveniente de que sólo podemos encontrar raíces enteras.

El 1 lo descartamos y seguimos probando por -1.

$$P(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + (-1) - 6 \neq 0$$

$$P(2) = 2 \cdot 2^2 + 2 - 6 \neq 0$$

$$P(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + (-2) - 6 = 2 \cdot 4 - 2 - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 2 & 1 & -6 \\ -2 & & -4 & 6 \\ \hline & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (2x-3)$$

Sacamos factor común 2 en último binomio y encontramos una raíz racional.

$$(2x-3) = 2(x - \frac{3}{2})$$

La factorización del polinomio queda:

$$P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x - x + 6 = 2(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x - \frac{3}{2})$$

$$x = 1, x = -1, x = -2, x = \frac{3}{2}$$

Raíces racionales

Puede suceder que el polinomio no tenga raíces enteras y sólo tenga raíces racionales. En este caso tomamos los divisores del término independiente dividido entre los divisores del término con mayor grado, y aplicamos el teorema del resto y la regla de Ruffini.

$$P(x) = 12x^3 + 8x^2 - 3x - 2$$

Probamos por:

$$\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{6}, \pm\frac{2}{3}.$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 2 = 0$$

	12	8	-3	-2
$\frac{1}{2}$		6	7	2
	12	14	4	0

Factorizamos. $D = d \cdot c$

$$\left(x - \tfrac{1}{2}\right) \cdot (12x^2 + 14x + 4)$$

Volvemos a probar por $\dfrac{1}{2}$

$$12 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 14 \cdot \frac{1}{2} + 4 \neq 0$$

Probamos por $-\dfrac{1}{2}$

$$12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 14 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 0$$

	12	14	4
$-\frac{1}{2}$		-6	-4
	12	8	0

Factorizamos: $D = d \cdot c$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot (12x + 8)$$

Sacamos factor común 12 en el tercer factor.

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{2}{3}\right)$$

ECUACIONES LINEALES

Las **ecuaciones lineales o de primer grado** son del tipo $ax + b = 0$, con $a \neq 0$, ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adopten esa expresión.

Pasos para resolver una ecuación lineal

En general para **resolver una ecuación lineal o de primer grado** debemos seguir los siguientes **pasos**:

1 Quitamos paréntesis

Esto es, si hay expresiones del estilo

$$3(x-8)+6(2-x)-(x-2)=x$$

Entonces desarrollamos tomando en cuenta la propiedad distributiva, esto es $a(b+c)=ab+ac$ y también la ley de los signos será importante.

$$3(x-8)+6(2-x)-(x-2)=x \qquad \Rightarrow \qquad 3x-24+12-6x-x+2=x$$

2 Quitamos denominadores

En el caso que existan términos fraccionarios en la expresión, debemos identificar los diferentes denominadores que haya, calcular el mínimo común multiplo (m.c.m) de estos y multiplicar la ecuación por el m.c.m.. O en vez del m.c.m, también puedes calcular el producto de todos los denominadores aunque se recomienda más el primero, pues es un número más pequeño o más simplificado. Por ejemplo:

$$\frac{x-10}{2}+\frac{x+8}{4}=0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathrm{mcm}(2,4)=4$$

multiplicamos la primera fracción por $\frac{2}{2}$

$$\frac{2(x-10)}{4}+\frac{(x+8)}{4}=0 \qquad \Rightarrow \qquad 2(x-10)+(x+8)=0\cdot 4$$

Aquí de nuevo podríamos necesitar quitar paréntesis para simplificar

$$2x-20+x+8=0 \qquad \Rightarrow \qquad 3x+12=0$$

3 Agrupamos los términos en *x* en un miembro y los términos independientes en el otro

Ya que hayamos hecho el paso 1 y paso 2, tendremos la suma y resta de términos con x y términos independientes de ambos lados de la ecuación, lo que sigue es juntar las x de un lado y los términos independientes del otro, para esto recuerda que si de un lado de la ecuación se está sumando un $2x$, por ejemplo, lo puedo pasar del otro lado con la operación inversa, es decir, quedaría $-2x$ del otro lado

$$8x-64=0 \qquad \Rightarrow \qquad 8x=64$$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA BENEDIKTA ZUR NIEDEN	
	Gestión Pedagógica y Académica **Proceso de Diseño Curricular**	
	GUÍA DE ACTIVIDAD ACADÉMICA	

$$10x + 12 = 7x + 33 \qquad \Rightarrow \qquad 10x - 7x = 33 - 12$$

4 Reducimos los términos semejantes

Ya que tengo términos con x juntos, los sumo o resto dependiendo. De igual manera con los términos independientes, por ejemplo:

$$10x - 7x = 33 - 12 \qquad \Rightarrow \qquad 3x = 21$$

$$9x - 3x + 2x + x = 5 + 27 + 54 - 12 + 7 \qquad \Rightarrow \qquad 9x = 81$$

5 Despejamos la incógnita

Si hay un coeficiente acompañando a la variable x, como la está multiplicando lo pasaré del otro lado con la operación inversa, esto es, dividiendo. A esto le llamo despejar

$$9x = 81 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{81}{9} \qquad \Rightarrow \qquad x = 9$$

CIERRE

Solucionar las siguientes ecuaciones

1. $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$
2. $\frac{3}{2}(2x + 4) = x + 20$
3. $4(x - 10) = -6(2 - x) - 6x$

Hallar las raíces de los siguientes polinomios.

4. **P(x)= x^4-4x^3-x^2+16x-12**
5. P(x)= x^4+x^3-3x^2-x+2

EVALUACIÓN

En el cuaderno de matemáticas copiamos: el título, el ejemplo y los ejercicios de manera organizada para poder tomarle fotos y subirlas a teams.

RECURSOS	TIEMPO ESTIMADO
Libro de matemáticas larouse: **todos por un nuevo país**, prestado por la institución educativa BZN.	1 semana

INSTRUCCIONES

1. Realizar la guía en el cuaderno
2. Tomarle fotos y organizarlas en un archivo de Word
3. Subir el archivo en teams en la fecha indicada.

GLOSARIO

Factorizar, etc

BIBLIOGRAFÍA Y/O CIBERGRAFÍA

oasanez.jimdofree.com
Libro de matemáticas larouse: **todos por un nuevo país 9°**