|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **División sintética**  La división sintética es un procedimiento "abreviado" para determinar el cociente y el residuo que se obtiene al dividir un polinomio $P(x)$ de grado $n, \, \, \, n \geq 1$, por un polinomio de la forma $x-\alpha$, con $\alpha \in I \!\!R$, a partir de los coeficiente de $P(x)$ y el cero de $x-\alpha$.   El procedimiento que usaremos para realizar la división sintética de un polinomio $P(x)$, por un polinomio de la forma $x-\alpha$, lo ilustraremos a través de ejemplos.  **Ejemplo:**  Sean $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios tales que:  $P(x) = 4x^3+3x^2-5x+2; \, \, \, \, Q(x) = x-3$  Determine el cociente y el residuo que se obtiene al dividir $P(x)$ por $Q(x)$:  a) Usando el método estudiado anteriormente (División larga)  b) Usando división sintética  **Solución:**  a)  http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/images/imagen%2006.gif   |  | | --- | | Por lo que al dividir $P(x)$ por $Q(x)$ se obtiene $4x^2+15x+40$ como cociente y 122 como residuo. |   b) Usando división sintética, $P(x)$ se divide por $Q(x)$ de la siguiente manera:  http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/images/imagen%2007.gif  Donde los números 4, 15 y 40 son los coeficientes del cociente y 122 el residuo de la división.  Observe que, según la parte (a) de este ejercicio, los números obtenidos en la tercera fila son los coeficientes del cociente y el residuo, como se muestra en el esquema anterior.  Los números representados en la primera fila son los coeficientes de $P(x)$(dividendo) y el cero de $x-3$ (divisor).  Los números representados en la segunda fila se obtienen de la siguiente forma:  12 es el producto de 4 y 3  45 es el producto de 15 y 3  120 es el producto de 40 y 3  Los números representados en la tercera fila se obtienen de la siguiente forma:  4 es el coeficiente de $x^3$ en $P(x)$  15 es la suma de 3 y 12  40 es la suma de -5 y 45  122 es la suma de 2 y 120  **Ejemplo:**  Sean $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios tales que: $P(x) = -8x^3+x^4-16+2x; \, \, \, Q(x) = x-8$.  Usando división sintética, determine el cociente http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/img458a.gif y el residuo $R(x)$ que se obtiene al dividir $P(x)$ por $Q(x)$.  **Solución:**  Ordenando $P(x)$ en forma desendiente de acuerdo a su grado, se obtiene:  $P(x) = x^4-8x^3+0x^2+2x-16$, y realizando la división se tiene:  http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/images/imagen%2008.gif   |  | | --- | | Los números 1, 0, 0 y 2 son coeficientes del cociente. Y el número 0 es el residuo. |   Por lo que $C(x) = x^3+0x^2+2x-16$ o sea $C(x) = x^3+2$ y http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/img465.gif  **Nota:** Observe que al realizar la división sintética, tanto los coeficientes del dividendo que son diferentes de cero, como los que son iguales a cero, debem escribirse.  **Ejemplo:**  Sean $P(x)$ y $Q(x)$ polinomios tales que: $P(x) = x^3+x$ y $Q(x) = x+4$  Usando división sintética determine el cociente $C(x)$ y $Q(x)$.  **Solución:**  Como $P(x) = x^3+0x^2+x+0$ y el cero $x+4$ es -4 tenemos que:  http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/MATEGENERAL/t1-reales-expresionesalgebraicas/T1-2-expresiones-algebraicas-julioetall/images/imagen%2009.gif  Por lo tanto el cociente que se obtiene, al dividir $P(x)$ por $Q(x)$ es $x^2-4x+17$ y el residuo es -68.  **Ejercicio:**  Para cada par de polinomios $A(x)$ y $B(x)$ que se definen acontinuación determine por división sintética el cociente y el residuo que se obtiene al dividir $A(x)$ por $B(x)$.   |  |  | | --- | --- | | 1. | $A(x) = x^5-32; \, \, \, \, B(x) = x-2$ | | 2. | $A(x) = -7x^2+8x+5x^3+1; \, \, \, \, B(x) = x-3$ | | 3. | $A(x) = x^3+27; \, \, \, \, B(x) = x+3$ | | 4. | $A(x) = x^3-2-3x; \, \, \, \, B(x) = x+5$ | | 5. | $A(x) = x^4-x; \, \, \, \, B(x) = x+1$ | | 6. | $A(x) = 6-5x+4x^2; \, \, \, \, B(x) = x+2$ | |